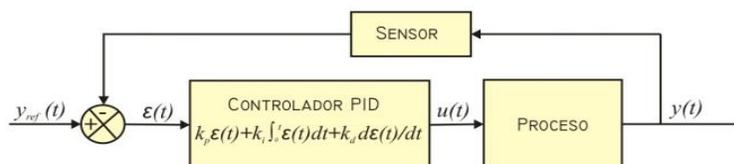


# Control de velocidad de un motor de CD con un controlador PID Wavenet

Abraham Christian Pedroza Araujo

Universidad Politécnica de Texcoco,  
Prolongación de Arteaga 406,  
Col. San Pedro, Texcoco,  
Estado de México,  
C.P. 56150, Tel: 015959543600, 7712207283  
a\_pedroza\_a@hotmail.com

**Resumen:** El controlador más utilizado actualmente en la industria es el controlador PID. Sin embargo, el algoritmo PID lineal tiene bajo desempeño cuando el proceso a controlar presenta dinámicas complejas como zonas muertas y características no lineales. El funcionamiento del controlador PID en general, se basa en la actuación en forma proporcional, integral y derivativa sobre la señal de error  $e(t)$ , definida como  $e(t) = y_{ref}(t) - y(t)$ , con la finalidad de efectuar la señal de control  $u(t)$  que manipula la salida del proceso en forma deseada como se muestra la Figura 1.



**Figura 1.** Esquema de un control clásico.

Las constantes  $k_p$   $k_i$   $k_d$  son las ganancias del PID. Existen distintas técnicas analíticas y experimentales con el fin de sintonizar esas ganancias. Una alternativa a este problema de sintonización es el controlador PID wavenet,

donde por medio de una wavenet y un filtro IIR se estima la salida del sistema a controlar, lo cual se utiliza para re-sintonizar las ganancias de un PID discreto, todo esto en línea. Esta es la alternativa que se emplea en el presente trabajo de investigación y enfocada a la simulación y control de un motor de cd obteniendo resultados.

Palabras clave: Control PID, redes neuronales, autosintonizable.

## Speed control of a CD motor with driver PID Wavenet

Abstract: The most currently used in the industry is the PID controller. however, the linear PID algorithm has low performance when the present control process as dead zones complex dynamics and nonlinear characteristics. The operation of the PID controller generally is based on the action on proportional, integral and derivative of the error signal, defined as, in order to make the control signal output which manipulates the desired process as shown in Figure 1.

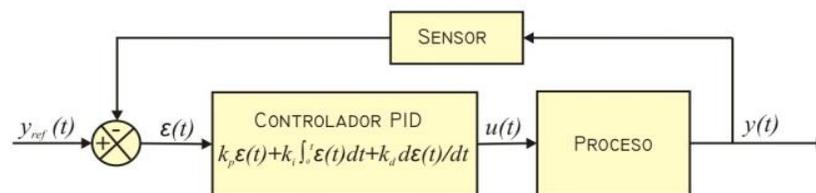


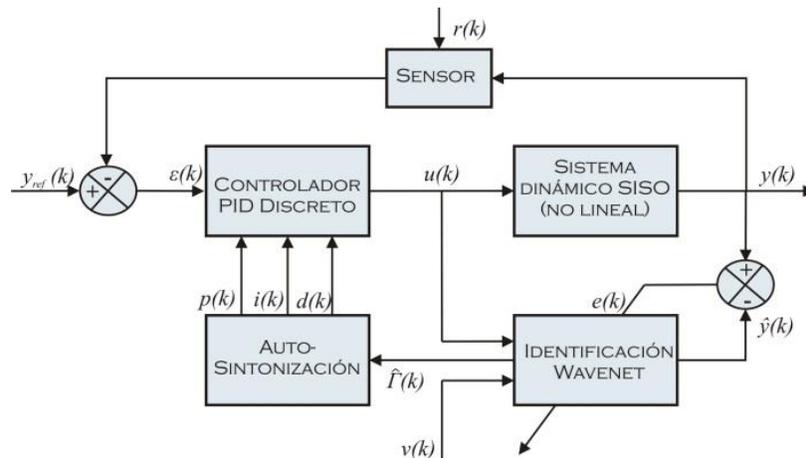
Figure 1. Schematic of a classical control.

The constants and are PID gains. There are several analytical and experimental techniques in order to tune these gains. An alternative to this is the problem of tuning PID controller Wavenet, where through Wavenet and IIR filter output is estimated control system, which is used to re-tune the gains of a discrete PID, all in line. This is the alternative that is used in this research and focuses on the simulation and control of a dc motor getting results.

Keywords: PID control, neural networks, auto tuning

# 1. Control PID Wavenet

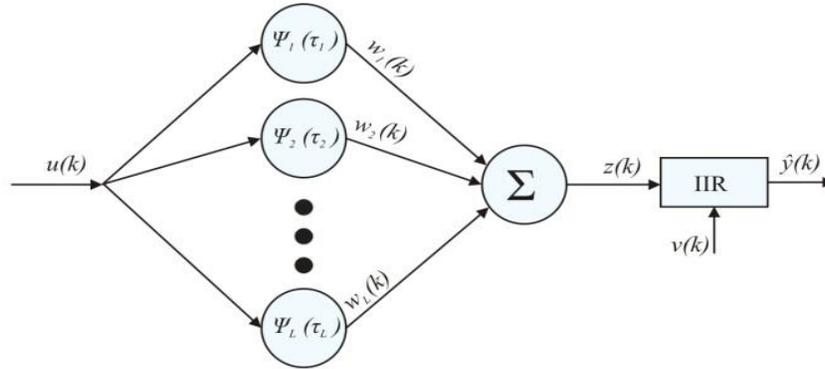
El esquema del controlador PID wavenet se muestra en la Figura 2. Donde se pueden identificar en su arquitectura que dicho controlador consta de tres etapas para poder manipular la salida de un sistema SISO no lineal en una forma deseada. En 2.1 la identificación del sistema, 2.2 Controlador PID discreto y 2.3 Auto-sintonización de las ganancias del controlador.



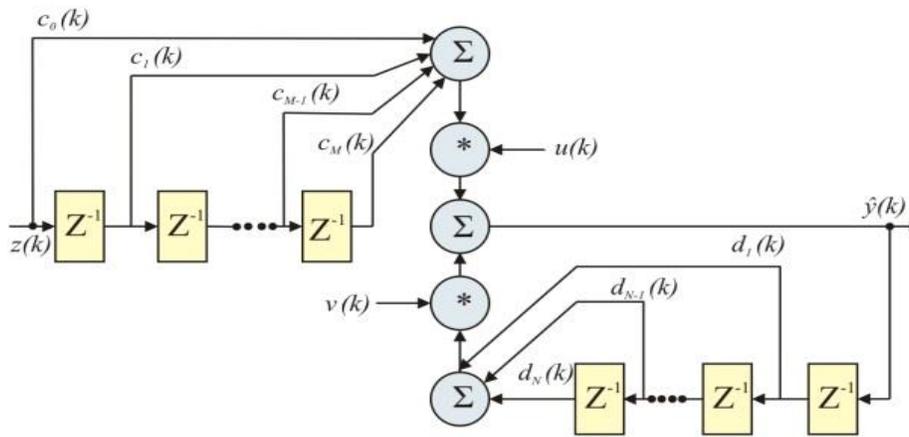
*Figura 2. Esquema del controlador PID wavenet.*

## 1.1 Identificación del sistema

El proceso de identificación se hace mediante una red neuronal de base radial en la que las funciones de activación  $\psi(t)$  son funciones wavelets hijas  $\psi_i(t_i)$  del tipo RASP1, RASP2 Y POLIWOG1. Además, cuenta con un filtro IIR en cascada que tienen como función principal podar las neuronas que tienen poca contribución en el proceso de identificación, permitiendo con esto reducir el número de iteraciones en el proceso de aprendizaje. Estos dos elementos se pueden ver en la Figura 3 y Figura 4 respectivamente.



**Figura 3. Wavenet.**



**Figura 4. Filtro IIR.**

La función wavelet  $\psi(t)$  es llamada wavelet madre, porque distintas funciones son generadas a partir de ella, por su dilatación o contracción y traslación, llamadas wavelets hijas  $\psi_{a,b}(t)$ , representadas matemáticamente [3] como:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1).$$

con  $a \neq 0$ ;  $a, b \in \mathbf{R}$  y

$$\tau = \frac{k-b}{a} \quad (2).$$

Donde  $a$  es la variable de escala, que permite dilataciones y contracciones,  $b$  es el elemento de traslación, que permite los desplazamientos en el instante  $k$ . La representación matemática y la derivada parcial con respecto de  $b$ , de las wavelets madre son mostradas en Tabla 1 y Tabla 2.

Wavelet madre	$\psi(\tau)$
RASP 1	$\frac{\tau}{(\tau^2 + 1)^2}$
RASP 2	$\frac{\tau \cos(\tau)}{\tau^2 + 1}$
PLYWOG 1	$\tau e^{-\frac{\tau^2}{2}}$

**Tabla 1.** Wavelets Madre

Wavelet madre	$\frac{\partial \psi(\tau)}{\partial b}$
RASP 1	$\frac{1}{a} \frac{3\tau^2 - 1}{(\tau^2 + 1)^3}$
RASP 2	$\frac{\tau \frac{\tau^2 + 1}{a} \sin(\tau) + \frac{\tau^2 - 1}{a} \cos(\tau)}{(\tau^2 + 1)^2}$
PLYWOG 1	$\frac{1}{a} (\tau^2 - 1) e^{-\frac{\tau^2}{2}}$

**Tabla 2.** Derivadas parcial con respecto de  $b$

La señal de aproximación de la wavenet con filtro IIR  $\hat{y}(k)$  puede ser calculada como:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=0}^M c_i z(k-i)u(k) + \sum_{j=1}^N d_j \hat{y}(k-j)v(k) \quad (3).$$

donde

$$z(k) = \sum_{l=1}^L w_l \psi_l(k) \quad (4).$$

$L$  es el número de wavelets hijas,  $w_l$  son los pesos de cada neurona en la wavenet,  $C_i$  y  $d_j$  son los coeficientes de adelanto y atraso del filtro IIR, respectivamente.  $M$  y  $N$  representan el número de los coeficientes de adelanto y atraso del mismo filtro, respectivamente. Los parámetros de la wavenet en forma matricial están dados por:

$$\begin{aligned} A(k) &\triangleq [a_1(k), a_2(k), \dots, a_L(k)]^T \\ B(k) &\triangleq [b_1(k), b_2(k), \dots, b_L(k)]^T \\ W(k) &\triangleq [w_1(k), w_2(k), \dots, w_L(k)]^T \end{aligned} \quad (5).$$

y los parámetros del filtro IIR, representados en la misma forma:

$$\begin{aligned} C(k) &\triangleq [c_0(k), c_1(k), \dots, c_M(k)]^T \\ D(k) &\triangleq [d_1(k), d_2(k), \dots, d_N(k)]^T \end{aligned} \quad (6).$$

se optimizan por medio de un algoritmo de aprendizaje basado en mínimos cuadrados medios (LMS), tras minimizar las funciones de costo  $E$  para lograr esto se define el error de estimación  $e(k)$  como la salida real de la planta  $y(k)$  y la salida de la red neuronal  $\hat{y}(k)$ , es decir

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (7).$$

La función de energía del error de estimación se define como:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^T e^2(k) \quad (8).$$

Para minimizar E se aplica el método del gradiente de pasos descendentes, que utiliza las siguientes derivadas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial w_i(k)} &= -e(k)C(k)^T \Psi_i(\tau)u(k) \\ \frac{\partial E}{\partial b_i(k)} &= -e(k)C(k)^T \Psi_{b_i}(\tau)w_i(k)u(k) \\ \frac{\partial E}{\partial a_i(k)} &= \tau_i \frac{\partial E}{\partial b_i(k)} \\ \frac{\partial E}{\partial c_m(k)} &= -e(k)z(k-M)u(k) \\ \frac{\partial E}{\partial d_n(k)} &= -e(k)\hat{y}(k-N)u(k) \end{aligned} \quad (9).$$

donde

$$\begin{aligned} \Psi_i(\tau) &= [\psi_i(\tau), \psi_i(\tau-1), \dots, \psi_i(\tau-M)]^T \\ \Psi_{b_i}(\tau) &= \left[ \frac{\partial \psi_i(\tau)}{\partial b_i(k)}, \frac{\partial \psi_i(\tau-1)}{\partial b_i(k)}, \dots, \frac{\partial \psi_i(\tau-M)}{\partial b_i(k)} \right]^T \end{aligned} \quad (10).$$

La actualización de los parámetros se realiza con la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}\Delta\theta(k) &= -\frac{\partial E}{\partial\theta(k)} \\ \theta(k-1) &= \theta(k) + \mu_{\theta}\Delta\theta(k)\end{aligned}\quad (11).$$

donde  $\theta$  puede ser cualquiera de los parámetros a ser ajustado de la red wavenet y filtro IIR. El valor de  $\mu_{\theta} \in \mathbf{R}$  representa el factor de aprendizaje o ajuste de los parámetros.

## 1.2 Controlador PID discreto

Considerando un sistema dinámico SISO no lineal, puede ser representado por la ecuación de estado discreto siguiente [4]:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= f[x(k), u(k), k] \\ y(k) &= g[x(k), k]\end{aligned}\quad (12).$$

Donde  $x(k) \in \mathbb{R}^n, u(k), y(k) \in \mathbb{R}$  y  $f, g \in \mathbf{C}$  son funciones desconocidas, siendo  $\mathbf{C}$  el conjunto de funciones suaves. La entrada  $u(k)$  y la salida del sistema  $y(k)$  son los únicos datos accesibles que se tienen del sistema a ser controlado. Si el sistema se hace lineal alrededor del punto de equilibrio es observable [4], existe una representación entrada-salida dada por

$$y(k+1) = \beta[Y(k), U(k)] \quad (13).$$

donde

$$\begin{aligned}Y(k) &= [y(k)y(k-1), \dots, y(k-n+1)] \\ U(k) &= [u(k)u(k-1), \dots, u(k-n+1)]\end{aligned}\quad (14).$$

es decir, sí existe una función  $\beta$  que mapea la salida  $y(k)$  y la entrada  $u(k)$  y sus  $n-1$  valores pasados, en  $y(k+1)$ . Un modelo alternativo de una planta desconocida que puede simplificar el algoritmo de la señal de control es el siguiente:

$$y(k+1) = \Phi[Y(k), U(k)] + \Gamma[Y(k), U(k)] \cdot u(k) \quad (15).$$

sí los términos  $\Phi$  y  $\Gamma$  son exactamente conocidos, el control  $u(k)$  que obtiene una salida deseada  $y_{ref}(k+1)$  es:

$$u(k) = \frac{y_{ref}(k+1) - \Phi[Y(k), U(k)]}{\Gamma[Y(k), U(k)]} \quad (16).$$

Sin embargo estos términos son desconocidos. Por lo tanto se utiliza una red wavenet para aproximar las dinámicas del sistema como:

$$\hat{y}(k+1) = \hat{\Phi}[y(k), \Phi_{\phi}] + \hat{\Gamma}[Y(k), \Phi_{\Gamma}] \cdot u(k) \quad (17).$$

Comparando  $y(k+1)$  y  $\hat{y}(k+1)$ , con la salida de la wavenet con filtro IIR, se concluye que

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}[y(k), \Phi_{\phi}] &= \sum_{j=1}^N d_j \hat{y}(k-j) v(k) \\ \hat{\Gamma}[y(k), \Phi_{\Gamma}] &= \sum_{i=0}^M c_i z(k-i) \\ z(k) &= \sum_{l=1}^L w_l \psi_l(k) \end{aligned} \quad (18).$$

Por lo tanto, si las dos no linealidades  $\Phi$  y  $\Gamma$  son estimadas por las dos funciones de la wavenet  $\hat{\Phi}$  y  $\hat{\Gamma}$  con parámetros ajustables  $\Phi_{\phi}$  y  $\Phi_{\Gamma}$  respectivamente, la señal de control del PID que sigue la referencia deseada  $y_{ref}(k)$  puede ser calculada como [5,6]:

$$\begin{aligned}
u(k+1) = & u(k) + p(k)[\varepsilon(k) - \varepsilon(k-1)] + i(k)\varepsilon(k) \\
& + d(k)[\varepsilon(k) - 2\varepsilon(k-1) + \varepsilon(k-2)]
\end{aligned} \tag{19}.$$

Donde  $p(k)$ ,  $i(k)$  y  $d(k)$  son las ganancias proporcional, integral y derivativa del controlador PID,  $u(k)$  es la entrada de la planta al instante  $k$  y el error de seguimiento  $e(k)$  se define como la diferencia entre la salida de la planta  $y(k)$  y la señal de referencia  $y_{ref}(k)$ , es decir

$$\varepsilon(k) = y(k) - y_{ref}(k) \tag{20}.$$

### 1.3 Auto-sintonización de ganancias PID

Debido a que las ganancias  $p(k)$ ,  $i(k)$  y  $d(k)$  fueron consideradas dentro de la función de costo  $E$  pueden ser actualizadas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
p(k) &= p(k-1) + \mu_p e(k) \hat{\Gamma}(k) \varepsilon_1(k) \\
i(k) &= i(k-1) + \mu_i e(k) \hat{\Gamma}(k) \varepsilon_2(k) \\
d(k) &= d(k-1) + \mu_d e(k) \hat{\Gamma}(k) \varepsilon_3(k)
\end{aligned} \tag{21}.$$

donde  $\hat{\Gamma}(k)$  es la parte de identificación del sistema,  $\mu$  son los factores de ponderación de las ganancias del controlador,  $\varepsilon_1(k) = \varepsilon(k) - \varepsilon(k-1)$ ,  $\varepsilon_2(k) = \varepsilon(k)$  y  $\varepsilon_3(k) = \varepsilon(k) - 2\varepsilon(k-1) + \varepsilon(k-2)$ .

## 2. Resultados

El algoritmo de control PID wavenet, se aplicó a un motor de cd con variación de velocidad y ruido, descrito por su función de transferencia como:

$$H(s) = \frac{0.3858}{0.0092s + 1} \quad (22).$$

Dicho control se probó con tres wavelets (RASP1, RASP2 Y POLIWOG1) para realizar la simulación del sistema en el software LabVIEW 2011. Los parámetros de la wavenet se pueden observar en la Tabla 3 y en Tabla 4 los valores de inicialización.

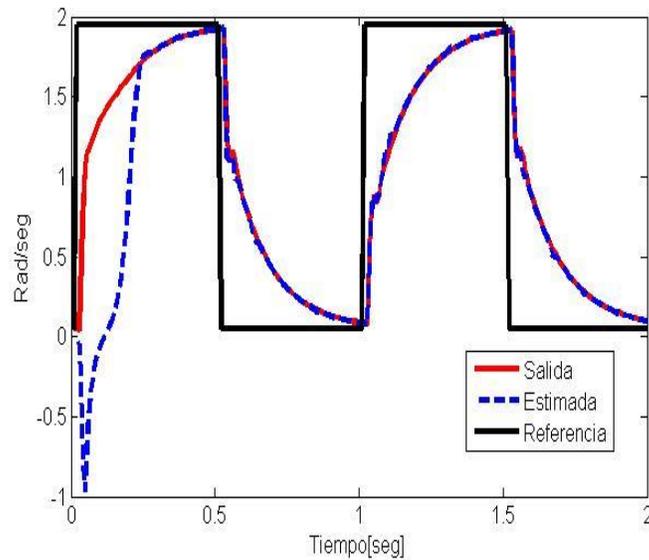
Parámetro	Valor
Neuronas	3
Coefficientes del filtro IIR C	3
Coefficientes del filtro IIR D	2
Épocas	5
Periodo de muestreo	100ms
Señal de persistencia	0.13

**Tabla 3.** Parámetros de la wavenet y filtro IIR

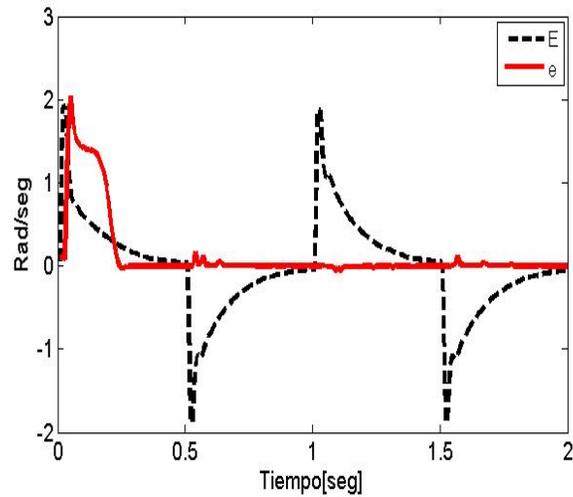
Parámetro	Valor
W	[0.05 , -0.05 , 0.08]
A	[-302 , -55 , -14.2]
B	[8 , 9 , 10]
C	[0.5 , 0.5 , 2.5]
D	[0.1 , 0.15]
$p$	3
$i$	0.03
$d$	0.018
<b>Factor de ponderación</b>	
$\mu_\theta$	0.01
$\mu_p$	0.3
$\mu_i$	0.09
$\mu_d$	0.005

**Tabla 4.** Valores iniciales de parámetros de la red y filtro.

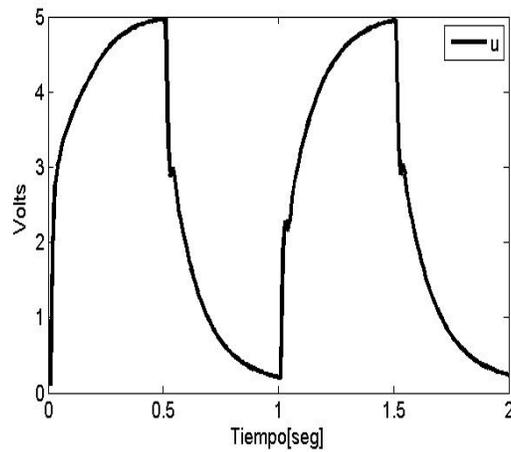
Los resultados de la primera simulación con la wavelet de activación RASP1 se muestran en las siguientes figuras:



**Figura 5.** Señales de salida del controlador.

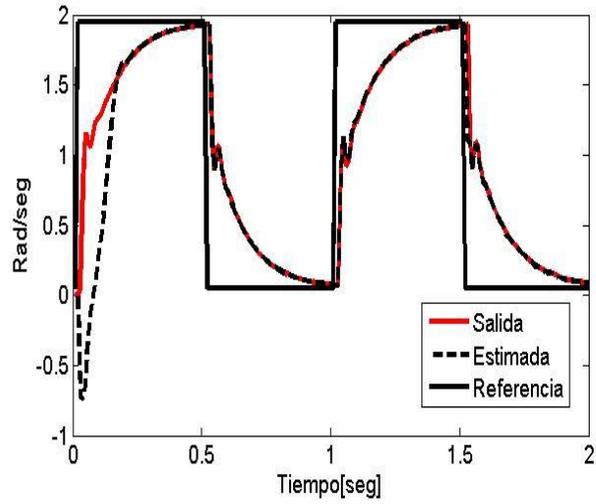


**Figura 6.** Señales de error de la wavenet y control PID.

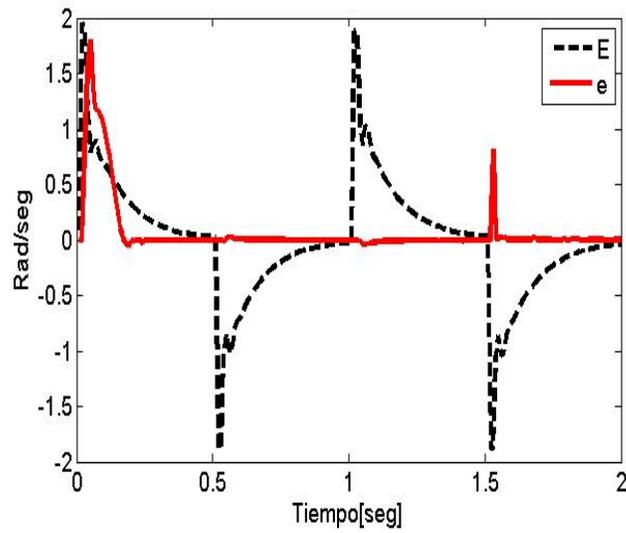


**Figura 7.** Señal de control.

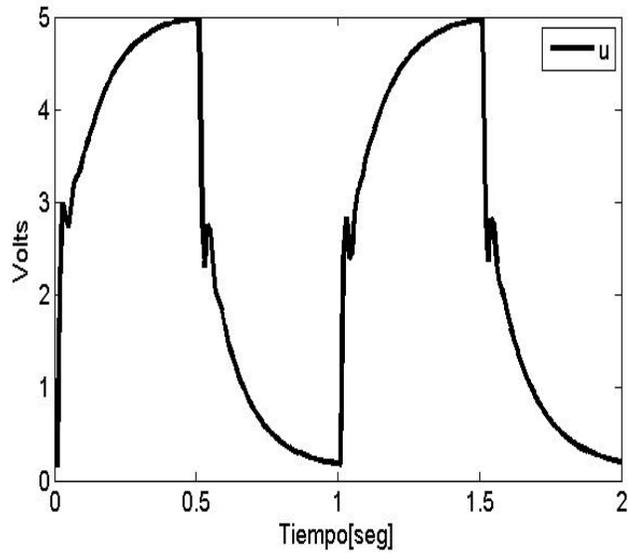
En las Figuras (5,6,7), se muestra los resultados obtenidos con la wavelet RASP 1, aplicado al control de un motor de cd, en la Figura 5, se observa la “Referencia” o velocidad deseada del sistema, la salida “Estimada” realizada por la wavenet y la “Salida” real del sistema controlado. En la Figura 6, se observa el error de la señal de control PID “E” y “e” error de identificación de la red, donde se observa que tiende a “cero”, haciendo referencia a que la red neuronal ha identificado el sistema. En la Figura 7, se observa el comportamiento de la señal de control.



*Figura 8. Señales de salida del controlador.*

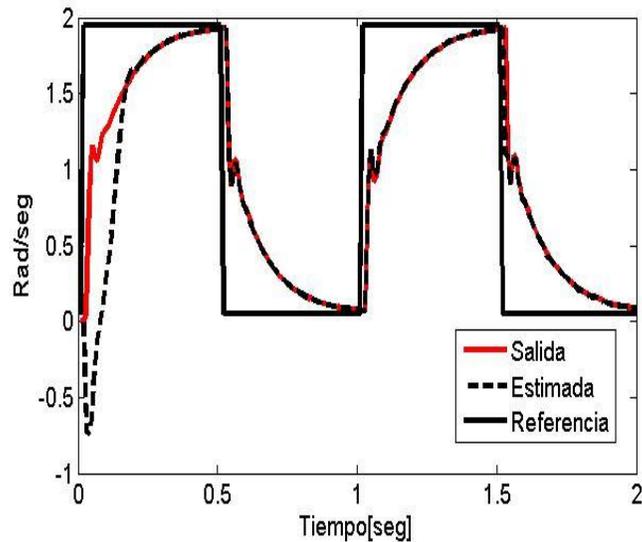


*Figura 9. Señales de error de la wavenet y control PID.*

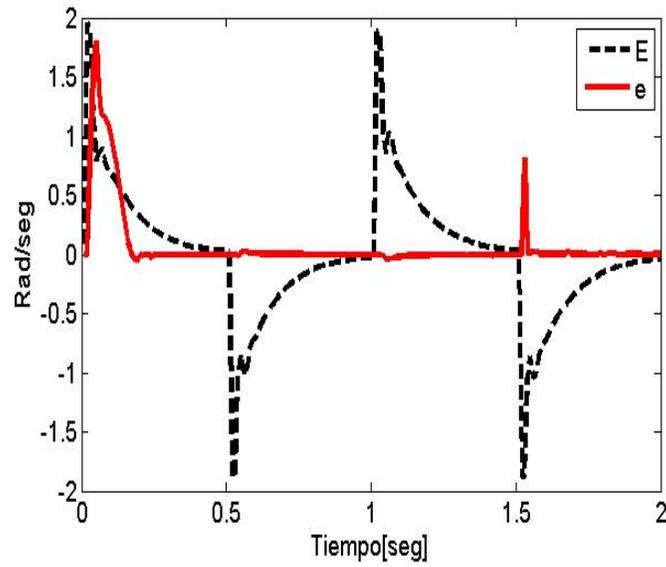


**Figura 10.** Señal de control.

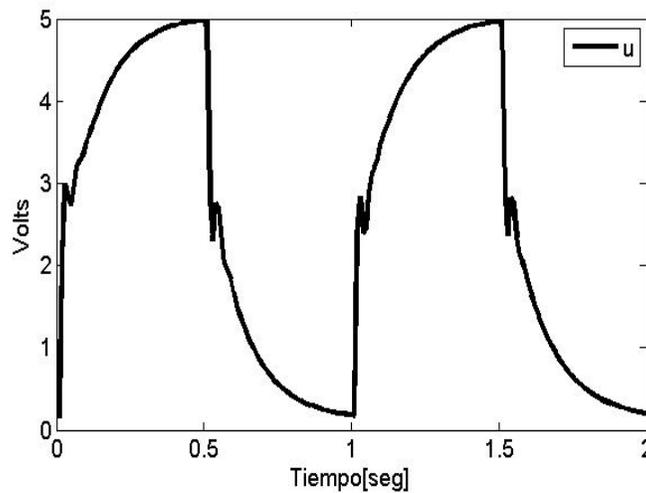
En las Figuras (8,9,10), se muestra los resultados obtenidos con la wavelet RASP 2, las cuales muestran que el control del sistema se ha realizado, pero a diferencia de la RASP1, el control ha presentado algunos sobresaltos en la identificación del sistema y señal de control.



**Figura 11.** Señales de salida del controlador.



**Figura 12.** Señales de error de la wavenet y control PID



**Figura 13.** Señal de control.

En las Figuras (11,12,13), se muestra los resultados obtenidos con la wavelet, las cuales muestran que el control del sistema se ha realizado, pero a diferencia de la POLIWOG1, el controlador presenta resultados similares con la wavelet RASP2.

### **3. Discusión**

Haciendo una comparación de las funciones de activación, se observó que la RASP1 presenta mejores resultados sobre el motor de cd, que las otras 2 funciones de activación, pero quedando como trabajo a futuro realizar el controlador con 5 diferentes wavelets para determinar cuál presenta mejores resultados.

El control PID wavenet realiza su función de manera adecuada en simulación, el siguiente paso será desarrollar de manera práctica dicho control y confirmar que realmente controle la velocidad de un motor de cd con todos los parámetros que puedan afectar o intervenir a dicho controlador. Además de realizar pruebas de estabilidad para la validación del controlador.

### **4. Conclusiones**

A partir de los resultados obtenidos en simulación, se comprobó que la combinación de las RNA y el controlador PID ofrecen ventajas y una alternativa viable para controlar sistemas no lineales, de los que no se conoce el modelo matemático ni sus parámetros, además de hacer una comparación en base a resultados de las diferentes wavelets para garantizar mejores resultados.

# Referencias

K. Astrom. 2006, Computer Controlled Systems: theory and desing (3rd Ed), Prentice Hall.

M. Espejel J. Cruz, L.E. Ramos, 2009, PID Wavelet Auto-Sintonizado, vol. 1., pp 23-31.

I. Daubechies. 1990, The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 36, No. 5, pp. 961-1005.

K.S. Narendra A.U. Levin.1993, Control of Nonlinear Dynamical Systems Using Neural Networks: Controllability and Stabilization, IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 4, No. 2, pp. 192-206.

T. Hagglund K. Astrom. 2006.,PID Controllers (2da Ed), ISA.

K. Ogata.,1996., Sistemas de Control en Tiempo Discreto (2da Ed), Prentice Hall.

## Notas biográficas:

**M. en C. Abraham Christian Pedroza Araujo** obtuvo su título de Maestría en Ciencias con especialidad en Mecatrónica en la Universidad Politécnica de Pachuca, en Pachuca, Hidalgo. Actualmente Profesor Investigador en la Universidad Politécnica de Texcoco, Texcoco de Mora, Estado de México, México. Su línea de investigación es robótica avanzada e interfaces hápticas.



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 2.5 México.